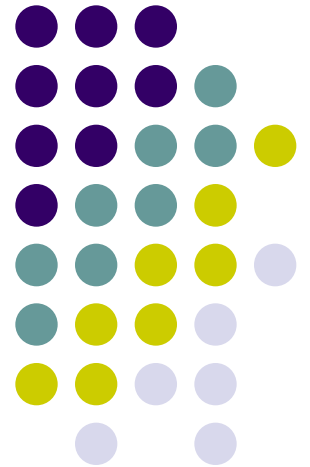
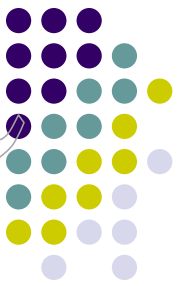


# LOGARITMOS

*pre*

*caso*





## DEFINICIÓN:

Se define el logaritmo de un número, al exponente( $\alpha$ ) al cual es necesario elevar otro número llamado base( $b$ ) para encontrar el número propuesto( $N$ ) inicialmente.

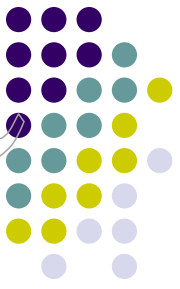
$$\text{NOTACIÓN : } \mathbf{b^{\alpha} = N \Leftrightarrow \alpha = \log_b N}$$

“ se lee ( $\alpha$ ) es el logaritmo del número ( $N$ ) en base ( $b$ ) ”

Ejm.

$$2^5 = 32 \Leftrightarrow 5 = \log_2 32$$

$$2^{-2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow -2 = \log_2 \left( \frac{1}{4} \right)$$



## RELACIONES FUNDAMENTALES

Si :  $b^\alpha = N$  ----- (1)

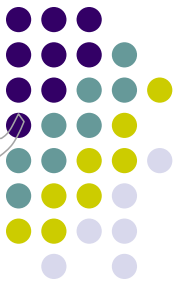
$\Rightarrow$  (2) en (1)

$\alpha = \log_b N$  ----- (2)

**$b^{\log_b N} = N$  IDENTIDAD**

Ejm.

$4^{\log_4 64} = 64$



## RELACIONES FUNDAMENTALES

Si :  $b^\alpha = N$  ----- (1)

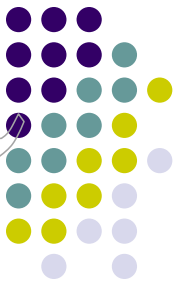
$\Rightarrow$  (2) en (1)

$\alpha = \log_b N$  ----- (2)

**$b^{\log_b N} = N$  IDENTIDAD**

Ejm.

$4^{\log_4 64} = 64$



## RELACIONES FUNDAMENTALES

Si :  $b^\alpha = N$  ----- (1)

$\Rightarrow$  (2) en (1)

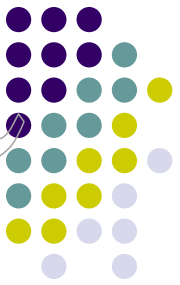
$\alpha = \log_b N$  ----- (2)

**$b^{\log_b N} = N$  IDENTIDAD**

Ejm.

$4^{\log_4 64} = 64$

# PROPIEDADES



1. La base de un sistema de logaritmos debe ser un número positivo y distinto de la unidad.

$$b > 1 \quad ; \quad 0 < b < 1$$

2. Los números negativos no tienen logaritmo en el campo real , su valor es un número imaginario.

$$\log_5 (-7) \notin \mathbb{R}$$

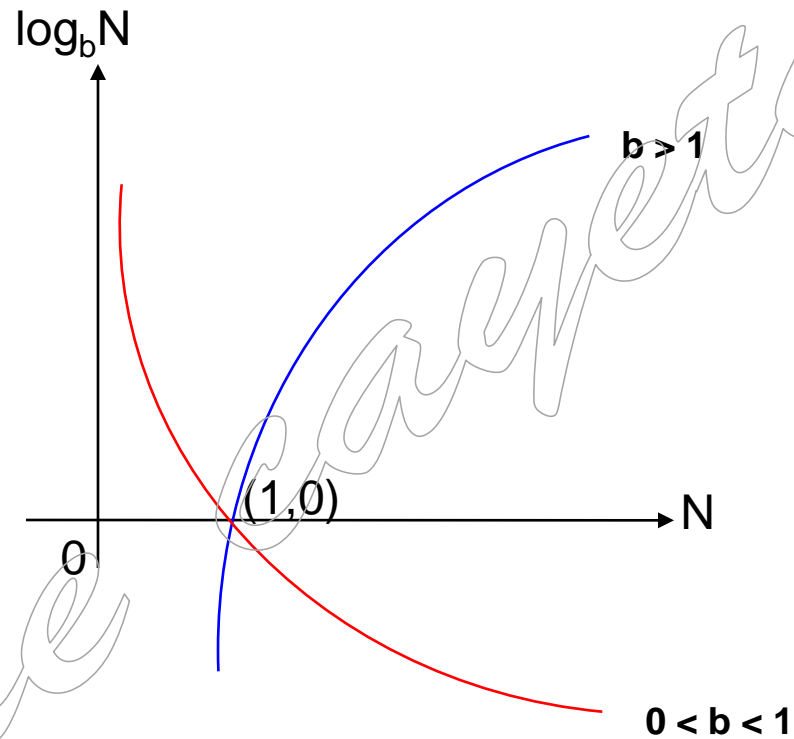
3. En todo sistema, el logaritmo de la base es igual a la unidad.

$$\log_b b = 1$$

4. En todo sistema el logaritmo de la unidad es cero.

$$\log_b 1 = 0$$

# GRÁFICA DE LA FUNCIÓN LOGARÍTMICA



## PROPIEDADES OPERATIVAS

### **Logaritmo de un producto**

Se desarrolla sumando los logaritmos de sus factores, si hubiese más factores habría que poner más sumandos.

$$\log_b (A \cdot B) = \log_b A + \log_b B$$

Ejm

$$\log_5 (4 \cdot 16) = \log_5 4 + \log_5 16$$

### **Logaritmo de un cociente**

Se desarrolla restando el logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor.

$$\log_b \left( \frac{A}{B} \right) = \log_b A - \log_b B$$

Ejm

$$\log_5 \left( \frac{2}{3} \right) = \log_5 2 - \log_5 3$$

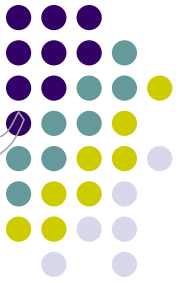
### **Logaritmo de una potencia**

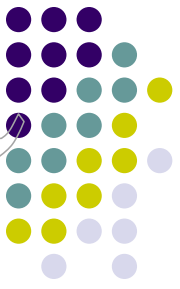
Se desarrolla multiplicando la potencia por el logaritmo del número.

$$\log_b A^n = n \cdot \log_b A$$

Ejm

$$\log_7 4^5 = 5 \cdot \log_7 4$$





## **Logaritmo de una raíz**

Se desarrolla dividiendo el logaritmo del radicando entre el índice de la raíz.

$$\log_b \sqrt[n]{A} = \frac{\log_b A}{n}$$

Ejm

$$\log_2 \sqrt{4} = \frac{\log_2 4}{2} = 1$$

***El valor de un logaritmo no se altera, si se efectúan con la base y el número propuesto las mismas operaciones de potenciación ó radicación.***

$$\log_b N = \log_{b^p} N^p = \log_{r\sqrt{b}} \sqrt[r]{N}$$

Ejm

$$\log_2 10 = \log_{2^2} 10^2 = \log_{\sqrt[3]{2}} \sqrt[3]{10}$$

# REGLA DE LA CADENA

$$\log_b a \cdot \log_a c \cdot \log_c d = \log_b d$$

Ejm

$$\log_3 5 \cdot \log_5 8 \cdot \log_8 27 = \log_3 27 = 3$$

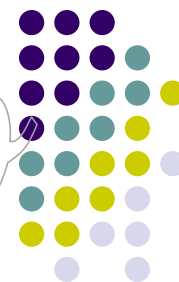
# CAMBIO DE BASE (teorema)

El siguiente teorema se puede aplicar para encontrar el logaritmo de cualquier número en cualquier base.

$$\log_b M = \frac{\log_a M}{\log_a b}$$

Ejm

$$\log_5 7 = \frac{\log_3 7}{\log_3 5}$$



## NOTA

### I. LOGARITMOS DECIMALES ó COMUNES

Son aquellos cuya base es el número 10 , siendo los más utilizados en razón que la base coincide con el sistema de numeración que empleamos.

NOTACION :  $\log N \Leftrightarrow \log_{10} N \Leftrightarrow \lg N$  (logaritmo decimal de N)

Ejm  $\lg 2$  ,  $\lg 7$  ,  $\lg x$

### II. LOGARITMOS NEPERIANOS (ln)

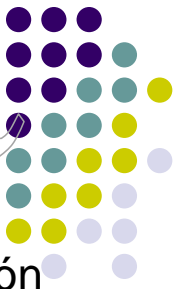
Llamados también logaritmos naturales o hiperbólicos son aquellos cuya base es el número “e” .

$$e = 2.718281828 \dots$$

ésta cantidad se ha obtenido calculando el siguiente límite.

$$e = \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{x} \right)^x$$

NOTACIÓN :  $\log_e N = \ln N$  (logaritmo neperiano de N)



# ANTILOGARITMO

Es aquella cantidad que acepta por logaritmo el número dado.

$$\text{antilog}_b \alpha = b^\alpha$$

Ejemplos:  $\text{antilog}_2 4 = 2^4 = 16$

$$\text{antilog}_7(-2) = 7^{-2} = 1/49$$

PROPIEDADES:

1.  $\log_b \text{antilog}_b \alpha = \log_b b^\alpha = \alpha$

2.  $\text{antilog}_b \log_b \alpha = \alpha$

# COLOGARITMO

Es el logaritmo del inverso del número propuesto.

$$\text{colog}_b N = \log_b(1/N) = -\log_b N$$

Ejemplo:  $\text{colog}_3 5 = \log_3(1/5) = -\log_3 5$

